INE 5404 = CÁLC. NUM. PARA COMPUTAÇÃO: 2ª PROVA: 2008.1; PROF. JÚLIO

1] PARA CADA AFIRMATIVA ABAIXO, RESPONDA SE A MESMA É VERDADEIRA OU FALSA. COMPROVE CADA OPÇÃO. RESPOSTAS NÃO COMPROVADAS SERÃO NULAS (= "CHUTE"):

i) A EQUAÇÃO $x^2+2=\ln x$ POSSUI DUAS SOLUÇÕES $\alpha\in\mathbb{R}$;

ii) NA EQUAÇÃO $x^5-3x^2+x+1=0$, A SOLUÇÃO $\alpha=1$ POSSUI MULTIPLICIDADE $M=2$;

iii) É POSSÍVEL OBTER O VALOR DE $\frac{1}{\sqrt{c}}$, $c\in\mathbb{R}^+-\{0\}$, SEM EFETUAR A DIVISÃO E NEM A RADICIAÇÃO;

iv) O MÉTODO DA SECANTE PARA UMA $f(x)=0$ QUALQUER É SEMPRE CONVERGENTE.

2] PARA UMA NÃO POLINOMIAL $f(x)=0$, ELABORE UM ALGORITMO O MAIS EFICIENTE E COMPLETO POSSÍVEL, PARA TENTAR OBTER NA PRECISÃO ε UMA SOLUÇÃO $\alpha\in\mathbb{R}$. CONSIDERE CONHECIDO O x_0 E USE O REFINADOR DE STEFFENSON.

JUSTIFIQUE A ABRANGÊNCIA DO SEU ALGORITMO E INDIQUE POSSÍVEIS FALHAS NA SUA EXECUÇÃO QUANDO O MESMO FOR IMPLANTADO.

3] i) CITE AS CONDIÇÕES DE APROXIMAÇÃO DE CADA UMA DAS TRÊS TÉCNICAS DE APROXIMAÇÃO DE FUNÇÃO ABORDADAS;

ii) QUAIS SÃO AS CONSEQUÊNCIAS DA UNICIDADE DO POLINÔMIO INTERPOLADOR E DA NÃO UNICIDADE DAS SPLINES CÚBICAS NA APROXIMAÇÃO DE FUNÇÕES? COMENTE-AS.

4] PARA UMA FUNÇÃO $z_{ij}=f(x_i;y_j)$, $i=1,2,\dots,n+1$ e $j=1,2,\dots,m+1$, ELABORE UM ALGORITMO COMPLETO E EFICIENTE PARA ESTIMAR n VALORES DE $f(u_k;v)$, ONDE $u_k=(x_{k+1}+x_k)/2$, $k=1,2,\dots,n$, USANDO INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL. ESCOLHA O(S) INTERPOLADOR(ES) MAIS ADEQUADO(S) PARA ESTA SITUAÇÃO. CONSIDERE DISPONÍVEIS OS INTERPOLADORES SIMPLES (A UMA VARIÁVEL), BASTANDO INVOCÁ-LOS.

QUAL SERIA O TEMPO DE PROCESSAMENTO DESTE ALGORITMO EFICIENTE SE $n=m=10^3$ E FOR USADO UM PROCESSADOR DE 1 GIGAFLOP (10^9 operações/s)?

LAGRANGE $\Rightarrow Lp_n(x)=\sum_{i=1}^{n+1} y_i\left[\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n+1}\frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}\right]\Rightarrow 2n^2+9n$ operações para estimar $Lp_n(v)$

NEWTON $\Delta \Rightarrow Np_n(x)=y_1+\sum_{k=1}^{n}\Delta^k y_1\left[\prod_{i=1}^{k}(x-x_i)\right]\Rightarrow \begin{cases}4n \text{ operações para estimar } Np_n(v)\\ 3\frac{(n^2+n)}{2} \text{ " " obter os } \Delta^k y_i\end{cases}$

NEWTON GERAL $\Rightarrow x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

SECANTE $\Rightarrow x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)(x_k-x_{k-1})}{f(x_k)-f(x_{k-1})}$

STEFFENSON $\Rightarrow x_{k+1}=x_k-\frac{[f(x_k)]^2}{f(x_k+f(x_k))-f(x_k)}$