INE 5409 : 2ª PROVA : 2008.2 : PROF. JÚLIO

1] a) POR QUE USA-SE MÉTODOS ITERATIVOS PARA SOLVER EQUAÇÕES $f(x)=0$? QUAIS SÃO AS PRINCIPAIS DIFICULDADES DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS ITERATIVOS?

b) CITE OS PRINCIPAIS MÉRITOS E AS DEFICIÊNCIAS, DE CADA UMA DAS QUATRO TÉCNICAS (não métodos!) DE SOLUÇÃO ITERATIVA DE EQUAÇÕES $f(x)=0$ QUE ABORDAMOS.

2] a) POR QUE OS POLINÔMIOS SÃO BONS APROXIMADORES DE FUNÇÕES?

b) PARA UMA FUNÇÃO $y_i = f(x_i)$, $i=1,2,\dots,101$ DETERMINE O GANHO PERCENTUAL NO NÚMERO DE OPERAÇÕES QUE SE OBTÉM AO ESTIMAR 50 VALORES $f(v_k)$, $k=1,2,\dots,50$ USANDO O SEU INTERPOLADOR DE NEWTON COM $\Delta$ AO INVÉS DO DE LAGRANGE.

c) DADOS TRÊS PONTOS QUAISQUER $p_i$, $i=0,1,2$ NO PLANO CARTESIANO, ESBOCE OS GRÁFICOS DE TRÊS CURVAS DE BÉZIER $B_2(t)$ DISTINTAS QUE SÃO OBTIDAS APENAS ALTERANDO OS ÍNDICES INDICADORES DESTES PONTOS.

3] PARA UMA POLINOMIAL $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_nx + a_{n+1} = 0$, NA QUAL O $n$ É ÍMPAR, ELABORE UM ALGORITMO COMPLETO E EFICIENTE PARA TENTAR OBTER NA PRECISÃO $\varepsilon$ UMA SOLUÇÃO $\alpha \in \mathbb{R}$. CONSIDERE DISPONÍVEL O $x_0$, E USE O REFINADOR DE KINKAID.
CITE DUAS VANTAGENS E UMA DESVANTAGEM DESTE REFINADOR EM RELAÇÃO AO NEWTON GERAL.

4] PARA UMA BASE DE DADOS $(x_i, y_i)$, $i=1,2,\dots,n+1$, ELABORE UM ALGORITMO QUE:

i) VERIFIQUE SE A MESMA É OU NÃO É UMA FUNÇÃO;

ii) SE NÃO FOR FUNÇÃO, OBTENHA QUATRO PONTOS NOVOS E INTERNOS EM CADA UMA DAS $n$ SPLINES CÚBICAS NATURAIS REPRESENTATIVA DO RESPECTIVO SEGMENTO DO CAMINHO. CONSIDERE DISPONÍVEL O PROCEDIMENTO QUE DETERMINA TODOS OS COEFICIENTES $a_i, b_i, c_i, d_i$ DAS $n$ SPLINES CÚBICAS NATURAIS QUANDO A BASE DE DADOS FOR UMA FUNÇÃO. APENAS INDIQUE AS ENTRADAS E SAÍDAS DESTE PROCEDIMENTO.

---

NEWTON GERAL $\Rightarrow x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

KINKAID $\Rightarrow x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{\sqrt{[f'(x_k)]^2 - f''(x_k)\,f(x_k)}}$

LAGRANGE $\Rightarrow Lp_n(x) = \sum_{i=1}^{n+1} y_i \left[\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n+1} \dfrac{(x-x_j)}{x_i-x_j}\right]$ e $2n^2+9n$ operações

NEWTON $\Delta \Rightarrow Np_n(x) = y_1 + \sum_{k=1}^{n} \Delta^k y_1 \left[\prod_{i=1}^{k}(x-x_i)\right]$ e $\left[\dfrac{3(n^2+n)}{2} + 4n\right]$ operações

$$p_n(x) \div (x-v) \Rightarrow \begin{cases} b_1 = a_1 \\ b_2 = a_2 + v b_1 \\ b_3 = a_3 + v b_2 \\ \vdots \\ b_n = a_n + v b_{n-1} \\ R = a_{n+1} + v b_n \end{cases}$$

e $p_n^{(k)}(v) = k!\,R_k$, ONDE $R_k$ = RESTO DA $k+1$-ÉSIMA DIVISÃO SUCESSIVA.