INE 5409 : 2ª PROVA : 2008.2 : PROF. JÚLIO

1] a) POR QUE USA-SE MÉTODOS ITERATIVOS PARA SOLVER EQUAÇÕES $f(x)=0$? QUAIS SÃO AS PRINCIPAIS DIFICULDADES DA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS ITERATIVOS?

b) CITE OS PRINCIPAIS MÉRITOS E AS DEFICIÊNCIAS, DE CADA UMA DAS QUATRO TÉCNICAS (não métodos!) DE SOLUÇÃO ITERATIVA DE EQUAÇÕES $f(x)=0$ QUE ABORDAMOS.

2] a) POR QUE OS POLINÔMIOS SÃO BONS APROXIMADORES DE FUNÇÕES?

b) PARA UMA FUNÇÃO $y_i=f(x_i)$, $i=1,2,\dots,101$ DETERMINE O GANHO PERCENTUAL NO NÚMERO DE OPERAÇÕES QUE SE OBTÉM AO ESTIMAR 50 VALORES $f(v_k)$, $k=1,2,\dots,50$ USANDO O SEU INTERPOLADOR DE NEWTON COM $\Delta$ AO INVÉS DO DE LAGRANGE.

c) DADOS TRÊS PONTOS QUAISQUER $p_i$, $i=0,1,2$ NO PLANO CARTESIANO, ESBOCE OS GRÁFICOS DE TRÊS CURVAS DE BÉZIER $B_2(t)$ DISTINTAS QUE SÃO OBTIDAS APENAS ALTERANDO OS ÍNDICES INDICADORES DESTES PONTOS.

3] PARA UMA POLINOMIAL $a_1x^n+a_2x^{n-1}+\dots+a_nx+a_{n+1}=0$, NA QUAL O $n$ É ÍMPAR, ELABORE UM ALGORITMO COMPLETO E EFICIENTE PARA TENTAR OBTER NA PRECISÃO $\varepsilon$ UMA SOLUÇÃO $\alpha\in\mathbb{R}$. CONSIDERE DISPONÍVEL O $x_0$, E USE O REFINADOR DE KINKAID. CITE DUAS VANTAGENS E UMA DESVANTAGEM DESTE REFINADOR EM RELAÇÃO AO NEWTON GERAL.

4] PARA UMA BASE DE DADOS $(x_i,y_i)$, $i=1,2,\dots,n+1$, ELABORE UM ALGORITMO QUE:

i) VERIFIQUE SE A MESMA É O NÃO É UMA FUNÇÃO;

ii) SE NÃO FOR FUNÇÃO, OBTENHA QUATRO PONTOS NOVOS E INTERNOS EM CADA UMA DAS $n$ SPLINES CÚBICAS NATURAIS REPRESENTATIVA DO RESPECTIVO SEGMENTO DO CAMINHO. CONSIDERE DISPONÍVEL O PROCEDIMENTO QUE DETERMINA TODOS OS COEFICIENTES $a_i, b_i, c_i, d_i$ DAS $n$ SPLINES CÚBICAS NATURAIS QUANDO A BASE DE DADOS FOR UMA FUNÇÃO. APENAS INDIQUE AS ENTRADAS E SAÍDAS DESTE PROCEDIMENTO.

---

NEWTON GERAL $\Rightarrow x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

KINKAID $\Rightarrow x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{\sqrt{[f'(x_k)]^2-f''(x_k)f(x_k)}}$

LAGRANGE $\Rightarrow Lp_n(x)=\sum_{i=1}^{n+1}y_i\left[\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n+1}\dfrac{(x-x_j)}{x_i-x_j}\right]$ e $2n^2+9n$ operações

NEWTON $\Delta \Rightarrow Np_n(x)=y_1+\sum_{k=1}^{n}\Delta^k y_1\left[\prod_{i=1}^{k}(x-x_i)\right]$ e $\left[\dfrac{3(n^2+n)}{2}+4n\right]$ operações

$$p_n(x)\div(x-v)\Rightarrow\begin{cases}b_1=a_1\\ b_2=a_2+vb_1\\ b_3=a_3+vb_2\\ \vdots\\ b_n=a_n+vb_{n-1}\\ R=a_{n+1}+vb_n\end{cases}$$

e $p_n^{(k)}(v)=k!R_k$, ONDE $R_k$ = RESTO DA $k+1$-ÉSIMA DIVISÃO SUCESSIVA.